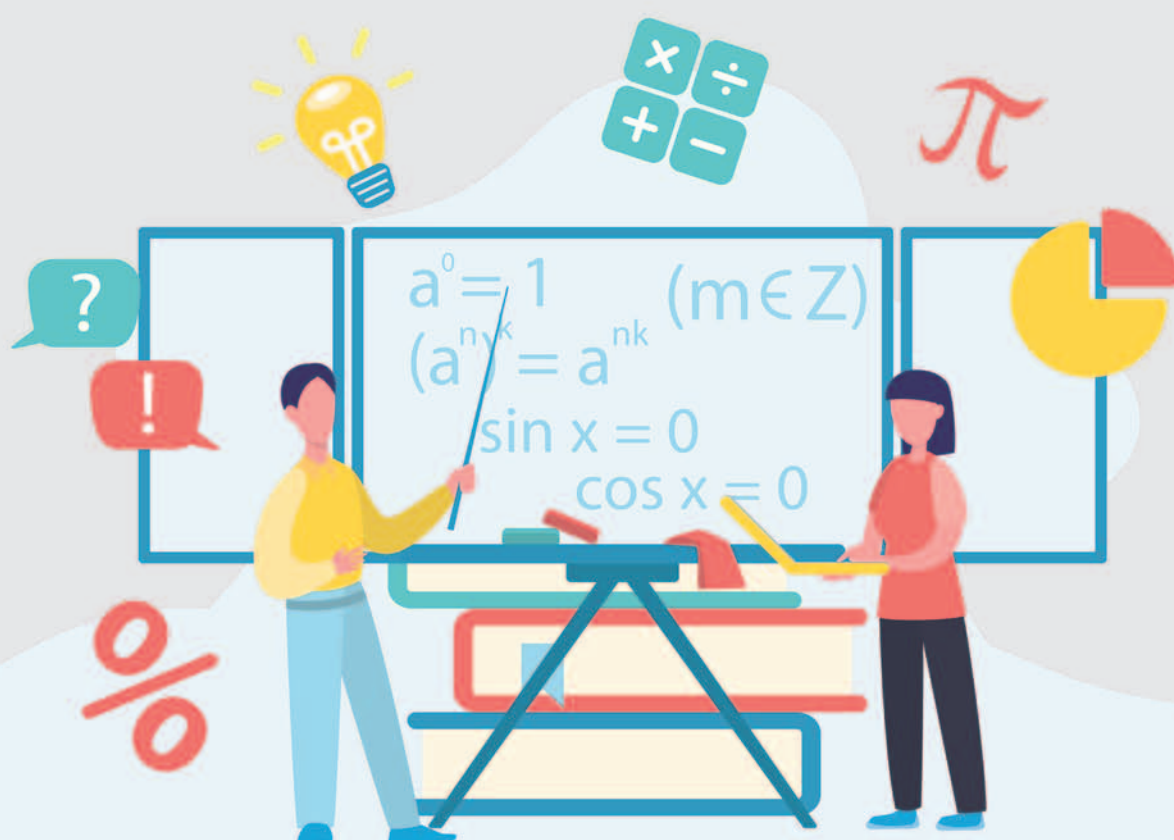


Matematyka – lubię to!

Zadania dla
młodszych klas liceów



Spis treści

Zadania dla młodszych klas liceów

Zestaw 1

Zadania	5
Rozwiązania	6

Zestaw 2

Zadania	7
Rozwiązania	8

Zestaw 3

Zadania	9
Rozwiązania	10

Zestaw 4

Zadania	11
Rozwiązania	12

Zestaw 5

Zadania	13
Rozwiązania	14

Zestaw 6

Zadania	15
Rozwiązania	16

Zestaw 1

Zadanie 1

Suma odwrotności tangensów dwóch kątów ostrych pewnego trójkąta jest równa stosunkowi długości dwóch odcinków w tym trójkącie.

Jakie to odcinki?

Zadanie 2

Podać przykład pięciokąta, którego dwie przekątne zawarte są w tej samej prostej.

Zadanie 3

Czy suma mnogościowa dwóch kwadratów o całkowitych bokach może być wielokątem, w którym wszystkie boki i przekątne mają całkowite długości?

Zadanie 4

Podać przykład czworokąta wypukłego, w którym $a = b = c$, gdzie a jest iloczynem sinusów kątów tego czworokąta, b – iloczynem współczynników kierunkowych wszystkich czterech prostych, które zawierają boki tego czworokąta, c – iloczynem iloczynów współrzędnych wierzchołków tego czworokąta.

Zadanie 5

Podać przykład takiego równania z modułami i parametrem rzeczywistym k , że równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie tylko dla $k = 1$, rozwiązaniem tym jest liczba 2, dla pozostałych wartości k równanie nie ma rozwiązania; natomiast jeżeli usuniemy wszystkie moduły z tego równania, to otrzymamy równanie liniowe, które dla każdej wartości k ma dokładnie jedno rozwiązanie i rozwiązaniem tym jest liczba $4k - 2$.

Zadanie 6

Podać przykład funkcji f, g, h (odwzorowujących R w R) i takich, że do obszaru opisanego układem nierówności:

$$y < f(x)$$

$$y < g(x)$$

$$y > h(x)$$

należy dokładnie siedem punktów kratowych, natomiast do obszaru opisanego układem nierówności:

$$y < f(x)$$

$$y < g(x)$$

$$y > h(x) + 1$$

należy dokładnie osiem punktów kratowych.

Zadanie 7

Ostatnim rokiem o tej własności był rok 1860, a przed nim rok 1488. Własność tę ma również rok 496. O jaką własność tu chodzi?

Zadanie 8

Podać przykład trójkąta ABC , którego pole jest liczbowo równe współczynnikowi kierunkowemu prostej AB oraz długość jednego z boków tego trójkąta jest liczbowo równa współczynnikowi kierunkowemu prostej BC .

Zadanie 9

Dla jakich wartości parametru a do układu równań:

$$x + y = 1$$

$$2x + ay = 2$$

możemy dołączyć trzecie równanie, które spełniają dokładnie trzy pary (x, y) , natomiast powyższy układ z tym dołączonym równaniem spełniają dokładnie dwie pary (x, y) ? Dla każdej z wyznaczonych wartości parametru a podać przykład takiego równania.